**ОБЩАЯ ТЕОРИЯ СТАТИСТИКИ**

**Конспект лекций**

**Таллинн 2011**

**СОДЕРЖАНИЕ**

[1. Предмет и метод статистики 3](#_Toc314053800)

[2. Статистическое наблюдение 4](#_Toc314053801)

[2.1. Основные понятия статистического наблюдения 4](#_Toc314053802)

[2.2. Виды и способы статистического наблюдения 4](#_Toc314053803)

[3. Обобщение статистических данных 5](#_Toc314053804)

[3.1. Группировка и сводка статистических данных 5](#_Toc314053805)

[3.2. Статистические таблицы 6](#_Toc314053806)

[4. Статистические показатели 10](#_Toc314053807)

[4.1. Сущность и значение статистических показателей 10](#_Toc314053808)

[4.2. Классификация статистических показателей 10](#_Toc314053809)

[5. Средние величины 12](#_Toc314053810)

[5.1. Понятие и значение средних величин 12](#_Toc314053811)

[5.2. Виды и формы средних 13](#_Toc314053812)

[6. Элементы анализа вариационных рядов 19](#_Toc314053813)

[6.1. Ряды распределения и приемы их построения 19](#_Toc314053814)

[6.2. Показатели центра распределения и вариации признака 20](#_Toc314053815)

[7. Ряды динамики 24](#_Toc314053816)

[7.1. Понятие и виды рядов динамики 24](#_Toc314053817)

[7.2. Аналитические показатели динамики 25](#_Toc314053818)

[7.3. Средние по рядам динамики 26](#_Toc314053819)

[8. Индексы 28](#_Toc314053820)

[8.1. Понятие индекса и способы их построения 28](#_Toc314053821)

[8.2. Индивидуальные индексы 29](#_Toc314053822)

[8.3. Общие индексы 30](#_Toc314053823)

[8.4. Индексы с постоянными и переменными весами 34](#_Toc314053824)

[8.5. Расчет средних арифметических индексов 35](#_Toc314053825)

[8.6. Расчет средних гармонических индексов 36](#_Toc314053826)

# 1. Предмет и метод статистики

Термин "статистика" происходит от латинского слова "статус"(status), что означает "определенное положение вещей". Первоначально он употреблялся в значении слова "государствоведение" и был введен в обиход немецким ученым Г.Ахенвалем, выпустившем книгу о государствоведении.

В настоящее время термин "статистика" употребляется в трех назначениях:

* Во-первых, под статистикой понимают, особую отрасль практической деятельности людей, направленную на сбор, обработку, анализ данных, характеризующих социально-экономическое положение страны, регионов, отраслей экономики, отдельных предприятий.
* Во-вторых, статистикой называют науку, занимающуюся разработкой технических положений и методов, используемых статистической практикой. Между статистической наукой и статистической практикой существует тесная связь. Статистическая практика применяет правила, выработанные наукой. Статистическая наука опирается на материалы практики, обобщает ее опыт, вырабатывает новые положения.
* В-третьих, статистикой часто называют статистические данные, представленные в отчетности предприятий, организаций, отраслей экономики. Также это могут быть данные, публикуемые в сборниках, справочниках, периодических изданиях, которые представляют собой результат статистической работы.

***Предметом статистики*** является количественная сторона массовых социально-экономических явлений, неразрывные связи с их качественной стороной в конкретных условиях места и времени.

***Под статистической методологией*** понимается система принципов и методов их реализации направленных на изучение количественных закономерностей, проявляющихся в структуре взаимосвязей и динамике социально-экономических явлений. Важнейшими составными элементами метода статистики и статистической методологии являются массовое статистическое наблюдение, сводка и группировка, а также применение обобщающих статистических показателей и их анализ.

***Статистическая совокупность*** - множество элементов одного и того же вида сходных между собой по одним признакам и различающимся по другим (например**,** совокупность отраслей экономики, совокупность ВУЗ и т.п.). Отдельные элементы статистической совокупности называются ее единицами.

***Признак*** - свойство единиц совокупности, выражающее их сущность и имеющее способность варьировать, т.е. изменяться. Признаки, принимающие единичное значение у отдельных единиц совокупности называются варьирующими, а сами значения вариантами.

***Статистический показатель*** - это категория отображающая размеры и количественные соотношения признаков социально-экономических явлений и их качественной определенности в конкретных условиях места и времени. Следует различать содержание статистического показателя и его конкретное числовое выражение. Количественные размеры статистических показателей, т.е. их числовые значения зависят прежде всего от времени и места объекта, который подвергается статистическому исследованию.

# 2. Статистическое наблюдение

**2.1. Основные понятия статистического наблюдения**

***Статистическим наблюдением*** называется планомерный, обоснованный сбор данных или сведений о социально-экономических явлениях и процессах. Статистическое наблюдение проводится строго в соответствии с *планом статистического наблюдения* при подготовке и проведении статистического наблюдения необходимо решить ряд вопросов, которые можно подразделить на:

* программно-методологические;
* организационные.

К *программно-методологическим вопросам* относятся: определение цели статистического наблюдения, выбор объекта и единицы наблюдения, разработка инструментария, обязательного для каждого участника наблюдения, определение круга признаков, характеризующих единицу наблюдения.

*Организационные вопросы* охватывают: сроки и место проведения наблюдения; положение об организационной стороне наблюдения; подготовку и расстановку кадров и

другие мероприятия, включаемые в организационный план статистического наблюдения.

Цель определяет ***объект статистического наблюдения***, который представляет собой совокупность явлений, предметов и т.п., охватываемых наблюдением, т.е. объект наблюдения - это исследуемая ***статистическая совокупность.***

Совокупность состоит из отдельных единиц. *Единицей совокупности* может выступать: человек, факт, предмет, процесс и т.д. *Единица наблюде*ния - элемент совокупности, являющийся носителем регистрируемых при наблюдении признаков. Единица наблюдения представляет собой элемент совокупности, по которому собираются необходимые данные.

***Статистический признак*** - это конкретное свойство, отличительная черта единицы наблюдения. В процессе наблюдения как правило регистрируют наиболее существенные или взаимосвязанные признаки. *Уточнение и формулирование признаков единицы наблюдения* производится на основании следующих общих правил:

* признаки отбираются с учетом целей исследования, возможностей их обработки и анализа полученных данных;
* отобранных признаков не должно быть много;
* признаки должны дополнять друг друга.

В ходе наблюдения могут возникать ***ошибки***. Их принято подразделять по *источнику происхождения* на преднамеренные (злостные) и непреднамеренные.

Преднамеренные ошибки требуют сплошного контроля.

Для предупреждения случайных ошибок необходимо тщательно подбирать и обучать кадры, участвующие в наблюдении, проверять контрольно-измерительные приборы, проводить массово-разъяснительную работу и т.п. Но, как правило, большое число зарегистрированных явлений нейтрализует случайные ошибки. Ошибки репрезентативности возникают при выборочном обследовании.

**2.2. Виды и способы статистического наблюдения**

Статистическое наблюдение различается по видам и способам проведения. Их можно классифицировать следующим способом:

I. По степени охвата единиц исследуемой совокупности.

II. В зависимости от времени наблюдения.

III. В зависимости от источников собираемых данных различают:

# 3. Обобщение статистических данных

**3.1. Группировка и сводка статистических данных**

***Под группировкой*** понимают расчленение единиц статистической совокупности на группы, однородные в каком-либо существенном отношении, и характеристику таких групп системой показателей в целях выделения типов явлений, изучения структуры и взаимосвязей. Следовательно, *с помощью группировок решаются три задачи:*

* разделение всей совокупности на качественно однородные группы - выделение социально-экономических типов. Эти группировки называют ***типологическими*** (например, группировка хозяйственных объектов по формам собственности, населения по общественным группам и т.п.);
* характеристика структуры явления и структурных сдвигов. Эти группировки называются ***структурными*** (например, изучение состава населения по полу, возрасту и др. признакам);
* изучение взаимосвязей между отдельными признаками, изучаемого явления. Такие гуппировки называются ***аналитическими*** (например, группировка предприятий определенной отрасли по уровню производительности труда для выявления ее влияния на себестоимость продукции).

Разграничение трех видов группировок является в известной мере условным. Во многих случаях одна и та же группировка дает возможность решать все три задачи.

***Группировка является аналитико-синтетическим процессом.*** Выделенные при группировке однородные части, отличающиеся друг от друга качеством или условиями своего развития, детально изучаются. После этого решается синтетическая задача - отражение процесса в целом, т.е. характеристика соотношения между выделенными группами.

Признак, на основе которого производится подразделение единиц наблюдения на группы, называется ***группировочным признаком или основанием группировки.*** Группировка может выполняться по одному признаку (*простая группировка*) и по нескольким признакам (*комбинированная группировка*). Выбор группировочных признаков всегда должен быть основан на анализе качественной природы изучаемого явления. В основание группировки должны быть положены существенные признаки.

Группировочные признаки могут быть атрибутивными и количественными. ***Атрибутивные признаки*** регистрируются в виде текстовой записи, т.е. являются качественными. Они применяются в *шкале наименований* или номинальной шкале. Существенным является непересекаемость групп и произвольный порядок их в списке. По атрибутивным признакам строится также *порядковая шкала.* Здесь единицы наблюдения располагаются в соответствии с возрастанием или убыванием признака (уровень образования, степень согласия).

При ***группировке по количественному признаку*** число групп определяется в зависимости от характера изменения признака и задач исследования. Если количественный признак меняется ***прерывно (дискретно***), т.е. может принимать только некоторые - чаще целые значения (например, тарифный разряд рабочих, число членов семьи), то число групп должно соответствовать количеству значений признака. При ***непрерывном изменении*** признак принимает любые значения (стаж работы, возраст), поэтому группы ограничиваются значениями признака в ***интервале*** "от - до". ***Интервалом*** называется разница между максимальным и минимальным значениями признака в каждой группе.

Интервалы могу быть равными, неравными, специализированными.

***Равные интервалы*** используются, если нужно охарактеризовать количественные различия в величине признака внутри групп одинакового качества. Величина равного интервала расчитывается по формуле:

  , (3.1)

где *x*max, *x*min - соответственно наибольшее и наименьшее значение признака в изучаемой совокупности;

*m* - принятое число групп (принимается произвольно, в зависимости от величины размаха совокупности).

К нижней границе интервала прибавляется величина *i*, таким образом расчитывается верхняя граница интервала

***Неравные интервалы*** часто применяют в аналитических группировках. В этом случае интервалы выбираются так, чтобы число единиц в образованных группах было достаточно велико.

***Специализированные интервалы*** используются в типологических группировках, границы устанавливаются там, где намечается переход от одного качества к другому.

Интервалы группировки могут быть ***закрытыми и открытыми***. Закрытые интервалы - это обычные интервалы, имеющие как нижние, так и верхние границы (табл.3.2). Открытые интервалы имеют только одну границу - верхнюю или нижнюю (табл.3.3).

Следующей за группировкой ступенью систематизации и обобщения материалов статистического наблюдения является статистическая сводка. ***Под статистической*** ***сводкой*** понимается подсчт числа единиц в подгруппах и группах, выделенных при группировке, и подведение итогов по количественным признакам. На данном этапе осуществляется переход от индивидуальных характеристике единиц совокупности к обобщающим показателем, характеризующим всю совокупность.

**3.2. Статистические таблицы**

Результаты группировки и сводки материалов офрмляются в виде ***статистических* *таблиц****.* Статистическая таблица - система строк и столбцов, в которых в определенной последовательности и связи излагается статистическая информация о социально- экономических явлениях.

В статистической таблице выделяется два элемента: ***подлежащее и сказуемое****.* ***В подлежащем*** указывается характеризуемый объект - перечень единиц или групп, на которые подразделена вся совокупность. ***Сказуемое*** - цифры при помощи которых характеризуются выделенные в подлежащем единицы или группы, т.е. система показателей. Над таблицей помещается заголовок, отражающий в сжатой форме ее основное содержание, время, место, к которым относятся изложенные в таблице данные.

В зависимости от характера подлежащего различают таблицы простые, групповые и комбинационные.

В подлежащем ***простых таблиц*** дается перечень единиц или групп, составляющих объект изучения. В сказуемом этих таблиц основное значение имеют абсолютные величины, выражающие объемы явлений. Простые таблицы дают справочный материал; часто встречаются в СМИ. Например:

*Таблица 3.1*

Количество дорожно-транспортных проишествий в регионах Эстонии в 2001 году

|  |  |
| --- | --- |
| Регион  | Количество ДТП |
| Харьюский уезд | 1250 |
| Ида - Вирумааский уезд | 1840 |
| Выруский уезд | 1005 |
| Итого ДТП | 4095 |

Подлежащим является перечень уездов, сказуемым - количество ДТП.

***Групповой таблицей*** называется таблица, подлежащее которой образовано в результате группировки единиц по одному признаку. Например:

 *Таблица 3.2*

Зависимость объема работ от числа работающих, занятых в строительных

бригадах, за август.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Численность рабочих, чел. | Число бригад | Объем работ, тыс. у.е. |
| 15 - 21 | 3 | 1273,6 |
| 22 - 27 | 3 | 2052,0 |
| 28 - 35 | 2 | 1907,3 |

Подлежащим этой таблицы являются группы бригад по размеру численности работающих. Показатели, характеризующие эти бригады, составляют сказуемое. Таблица показывает, что, чем больше работников в бригаде, тем больший объем работ они выполняют.

В ***комбинационной таблице*** подлежащее образовано в результате группировки единиц совокупности по двум и более признакам. В этом случае все единицы распределяются на группы сначала по одному признаку, а затем внутри каждой из выделенных групп - на подгруппы по другому признаку. Например, таблица 3.3 показывает рост заработной платы при увеличении норм выработки и повышении квалификации.

*Таблица 3.3*

Зависимость заработной платы водителей от квалификации и процента выполнения норм выработки.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Группы водителейпо уровню квалифи-кации | Подгруппы водителей по проценту выполнения норм выработки | Число водителей | Общая сумма заработной платы | Средняя заработная плата одного водителя, у.е. | Изменение зарплаты по сравнению с низшей подгруппой, % |
| II класс | 100 - 110110 и выше | 32 | 5042,03986,4 | 1680,71993,2 | 100,0118,6 |
| Итого по группе | 5 | 9028,4 | 1805,7 | - |
| I класс | 100 - 110110 и выше | 43 | 7995,96681,3 | 1999,02227,1 | 118,9132,5 |
| Итого по группе | 7 | 14677,2 | 2096,7 | - |
| Всего | 12 | 23705,6 | 1975,5 | - |

В сказуемом групповых и комбинационных таблиц на основе абсолютных величин исчисляют средние и относительные величины, позволяющие раскрыть закономерности развития изучаемого явления.

**Пример.** С целью выявления зависимости между экономическими показателями провести группировку 50 ремонтных предприятий железнодорожного транспорта (таб.3.4.) с равными интервалами, выделив 5 групп.

*Таблица 3.4*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№** | **Группировоч-ный признак** | **Результатив-ный признак** |  | **№** | **Группировоч-ный признак** | **Результатив-ный признак** |
| число вагонов находящихся в ремонте, шт/сут | чистая прибыль предприятия, у.ед.. |  | число вагонов находящихся в ремонте, шт/сут | чистая прибыль предприятия, у.ед.. |
| 51 | 8 | 130 |  | 76 | 10 | 134 |
| 52 | 11 | 148 |  | 77 | 6 | 136 |
| 53 | 36 | 155 |  | 78 | 7 | 133 |
| 54 | 2 | 124 |  | 79 | 1 | 127 |
| 55 | 2 | 125 |  | 80 | 7 | 128 |
| 56 | 29 | 135 |  | 81 | 1 | 118 |
| 57 | 14 | 126 |  | 82 | 5 | 124 |
| 58 | 14 | 136 |  | 83 | 15 | 137 |
| 59 | 8 | 124 |  | 84 | 6 | 110 |
| 60 | 8 | 128 |  | 85 | 17 | 139 |
| 61 | 5 | 110 |  | 86 | 8 | 148 |
| 62 | 8 | 150 |  | 87 | 1 | 123 |
| 63 | 1 | 110 |  | 88 | 10 | 138 |
| 64 | 6 | 122 |  | 89 | 21 | 189 |
| 65 | 18 | 140 |  | 90 | 11 | 139 |
| 66 | 4 | 110 |  | 91 | 2 | 122 |
| 67 | 9 | 139 |  | 92 | 2 | 124 |
| 68 | 2 | 121 |  | 93 | 1 | 113 |
| 69 | 1 | 111 |  | 94 | 8 | 117 |
| 70 | 5 | 132 |  | 95 | 6 | 126 |
| 71 | 1 | 129 |  | 96 | 3 | 130 |
| 72 | 7 | 139 |  | 97 | 3 | 112 |
| 73 | 9 | 148 |  | 98 | 2 | 133 |
| 74 | 25 | 144 |  | 99 | 25 | 195 |
| 75 | 16 | 146 |  | 100 | 5 | 176 |

Рассмотрим решение данной задачи:

1. Группировка производится по группировочному признаку. Определим величину (шаг) интервала группировки:



*m* = 5 , число групп в группировке (из условия)

*x*max, *x*min – максимальное и минимальное значение группировочного признака

1. Определим нижнюю и верхнюю интервальные границы для каждой группы:

 номер границы

 группы нижняя верхняя

 1 1.0 8.0

 2 8.0 15.0

 3 15.0 22.0

 4 22.0 29.0

 5 29.0 36.0

1. Составим рабочую таблицу, куда сведем первичный статистический материал:

 *Таблица 3.5*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Группы предприятий по кол-ву вагонов, находящ. на ремонте, шт/сут | Номер предприятия | Число вагонов, находящихся в ремонте, шт/сут | Чистая прибыль предприятия, у.ед.. |
| **1** | **2** | **3** | **4** |
| 1.0 - 8.0 | 51; 54; 5559; 60; 6162; 63; 6466; 68; 6970; 71; 7277; 78; 7980; 81; 8284; 86; 8791; 92; 9394; 95; 9697; 98; 100 | 8; 2; 28; 6; 58; 1; 64; 2; 15; 1; 76; 7; 17; 1; 56; 8; 12; 2; 18; 6; 33; 2; 5 | 130; 124; 125124; 128; 110150; 110; 122110; 121; 111132; 129; 139136; 133; 127128; 118; 124110; 148; 123122; 124; 113117; 126; 130112; 133; 176 |
| **ИТОГО :** |  **33** | **140** | **4165** |
| 8.0 - 15.0 | 52; 57; 5867; 73; 7683; 88; 90 | 11; 14; 149; 9; 1015; 10; 11 | 148; 126; 136139; 148; 134137; 138; 139 |
| **ИТОГО :** |  **9** | **103** | **1245** |
| 15.0 - 22.0 | 65; 75; 8589 | 18; 16; 1721 | 140; 146; 139189 |
| **ИТОГО :** |  **4** | **72** | **614** |
| 22.0 - 29.0 | 56; 74; 99 | 29; 25; 25 | 135; 144; 195 |
| **ИТОГО :** |  **3** | **79** | **474** |
| 29.0 - 36.0 | 53 | 36 | 155 |
| **ИТОГО :** |  **1** | **36** | **155** |

1. Разработаем аналитическую таблицу взаимосвязи между числом вагонов находящихся на ремонте и чистой прибылью :

 *Таблица 3.6*

Зависимость чистой прибыли от числа ремонтируемых вагонов

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Группы предпр. по кол-ву вагонов поступающих в ремонт | Число предпри-ятий | Число вагонов находящихся в ремонте, шт/сут | Чистая прибыль, у.ед. |
| Всего по группе | в среднем на одно предприятие | Всего по группе | в среднем на одно предприятие |
|  1.0 - 8.0 | 33 | 140 | 4,2 | 4165 | 126,2 |
|  8.0 - 15.0 | 9 | 103 | 11,4 | 1245 | 138,3 |
| 15.0 - 22.0 | 4 | 72 | 18,0 | 614 | 153,5 |
| 22.0 - 29.0 | 3 | 79 | 26,3 | 474 | 158,0 |
| 29.0 - 36.0 | 1 | 36 | 36,0 | 155 | 155,0 |

Таким образом. исследовав показатели работы 50-ти предприятий железнодорожного транспорта, можно сказать, что чистая прибыль предприятия находится в прямой зависимости от числа вагонов, находящихся в ремонте.

***Перегруппировка*** ранее сгруппированных статистических данных называется вторичной группировкой. В тех случаях, когда в результате первоначальной группировки нечетко проявился характер распределения изучаемой совокупности производят укрупнение или уменьшение интервалов. Также вторичная группировка используется для приведения к сопоставимому виду группировок с различными интервалами с целью их сравнения.

# 4. Статистические показатели

**4.1. Сущность и значение статистических показателей**

Статистика выражает массы явлений и количественные процессы в числовой форме. Но «числа», применяемые в статистике, это не абстрактные числа математики, харак-теризуемые только величиной, знаком, формой. Статистика применяет не числа, а пока-затели*,* точнеее *–* ***статистические показатели****.* Не умея правильно понять содержание, форму, свойства того или иного статистического показателя, нельзя корректно применить его в анализе социально-экономических явлений и процессов, нельзя понять смысл статистической информации в жизни страны или мирового сообщества.

Поскольку статистика изучает массовые явления, ***статистический показатель*** *–* это обобщающая количественная характеристика какого-то свойства совокупности, группы. Этим он отличается от индивидуальных значений, называемых ***признаками***. Например: средняя продолжительность жизни родившегося поколения людей в стране – статистический показатель. Продолжительность жизни конкретного человека – признак. Не всегда статистический показатель является именованным числом. Он может быть абстрактным и отвлеченным числом без наименования, может быть выражен в долях единицы, процентах, промилле и т.д. Статистические показатели улучшаются, развиваются, от иных отказываются, создаются новые.

Качественное содержание показателя характеризует признак. Первичные признаки объектов существуют независимо от того, познает их статистика или нет, а показатели создаются наукой и служат инструментами познания объектов человеком. «Возраст человека» - признак, который может быть выражен с разной степенью точности: числом полных лет, месяцев или даже дней, датой рождения, позволяющей вычислить возраст с точностью до суток на любую поледующую дату. Показатель характеризует группу людей и может быть расчитан либо в виде средней величины (средний возраст, т.е. среднее число исполнившихся лет), либо задан в форме распределения (процент лиц в возрасте «от - до»), либо в альтернативной форме (процент лиц в возрасте 60 лет и старше). Подводя итог, можно сказать: на одной и той же основе, на одном и том же признаке может быть построено несколько показателей.

**4.2. Классификация статистических показателей**

Статистическое исследование независимо от его масштабов и целей всегда завершается расчетом и анализом различных по виду и форме выражения статистических показателей.

Исходной, первичной формой выражения статистических показателей являются абсолютные величины. ***Абсолютным показателем*** является такой, который отражает либо суммарное число единиц, либо суммарное свойство объекта. Например, посевная площадь картофеля в районе, сумма средств, направленная на выплату пособий по безработице за месяц и т.п. Абсолютные показатели выражаются ***именованными величинами*** в *натуральных единицах измерения*: кг, т, шт.; в *стоимостных единицах*: ЕЕК, руб., доллар или в *трудовых единицах*: человеко-дни, человеко-часы . Однородная, но неодинаковая продукция измеряется в *условно-натуральных* единицах измерения. Такие единицы получают, приводя различные натуральные единицы к одной, принятой за базу. Например, в консервной продукции емкость банки в 354,4 см3 принята за условную и вся продукция пересчитывается в этих условных банках. Аналогично производится пересчет в условно-натуральные измерители и в других отраслях (топливной, текстильной и пр.).

Статистика не может ограничиться абсолютными показателями. Она измеряет соотношения разных абсолютных величин, их изменения во времени, их взаимосвязи при помощи относительных величин. ***Относительными статистическими показателями*** являются показатели полученные путем сравнения, сопоставления абсолютных или относительных показателей в пространстве, во времени, или сравнения показателей разных свойств изучаемого объекта. Относительный показатель получают путем деления сравниваемого показателя на другой показатель, принимаемый за базу сравнения.

Относительные величины делятся на две группы:

* Относительные величины, полученные в результате соотношения одноименных статистических показателей;
* Относительные величины, представляющие результат сопоставления разноименных статистических показателей.

К относительным величинам первой группы относятся: относительные величины динамики, относительные величины планового задания и выполнения плана, относительные величины структуры, координации и наглядности.

Результат сопоставления одноименных показателей представляет собой кратное отношение (коэффициент), показывающее, во сколько раз сравниваемая величина больше или меньше базисной. Результат может быть выражен в процентах, показывая сколько процентов сравниваемая величина составляет от базы.

***Относительные величины динамики (ОВД)*** характеризуют изменение явления во времени. Они показывают, во сколько раз увеличился (уменьшился) объем явления за определенный период времени, их называют коэффициентами роста. Коэффициенты можно исчислять в процентах, для этого отношение умножают на 100. Их называют темпами роста, которые можно определять с переменной или постоянной базой.

Темпы роста с переменной базой (*цепные*) получают при сравнении уровня явления каждого периода с уровнем предшествующего периода:

; ; , (4.1)

где *у*1, *у*2, *у*3, *у*4 - уровни явления за одинаковые последовательные периоды (квартал, год).

Темпы роста с постоянной базой сравнения (*базисные*): получают путем сопоставления уровня явления в каждом отдельном периоде с уровнем одного периода, принятого за базу. Выбор базы сравнения нередко имеет существенное значение. Так в ряде случаев в качестве базы сравнения принимаются годы, являющиеся исторически обусловленной границей отдельных периодов времени:

; ;  (4.2)

***Относительная величина планового задания (ОВПЗ)*** - отношение величины показателя по плану (*y*пл) к его фактической величине в предшествующем периоде (*y*о): *y*пл: *y*о.

***Относительная величина выполнения плана (ОВВП)*** - отношение фактической (отчетной) величины показателя (*y*1) к запланированной на тот же период его величине (*y*пл), т.е. *y*1:*y*пл.

Перечисленные величины взаимосвязаны: ***произведение относительной величины планового задания на относительную величину выполнения плана дает относительную величину динамики.***

Например, плановое задание по выпуску продукции на 2002 г. составило 104%, а выполнено на 105%. Определить относительную величину динамики.

Здесь 104% - это относительная величина планового задания, а 105%- это относительная величина выполнения плана, а так как ОВД = ОВВП ⋅ ОВПЗ, то (104 ⋅ 105)/100 = 109,2%, т.е. выпуск продукции в 2002 г. составил по сравнению с 2001 годом 109,2% или увеличился на 9,2%.

***Относительные величины структуры*** характеризуют долю отдельных частей в общем объеме совокупности и выражаются в долях единицы или процентах. Они исчисляются по сгруппированным данным. Каждую относительную величину структуры называют удельным весом.

***Относительные величины координации*** отражают отношениечисленности двух частей единого целого, т.е. показывают, сколько единиц одной группы приходится в среднем на одну, десять или сто единиц другой группы изучаемой совокупности (число админперсонала на 100 рабочих).

***Относительные величины наглядности*** отражают результаты сопоставления одноименных показателей, относящихся к одному и тому же периоду (или моменту) времени, но к разным объектам или территориям (производительность труда по двум предприятиям).

Вторая группа относительных величин, представляющая собой результат сопоставления разноименных статистических поазателей, носит название ***относительных величин интенсивности.*** Они являются именованными числами и показывают итог числителя, приходящийся на одну, на десять или на сто единиц знаменателя. В эту группу показателей входят показателя производства продукции на душу населения, показатели потребления продуктов питания и непродовольственных товаров на душу населения, показатели фондовооруженности и т.д.

Показатель производстваВыпуск опред. вида продукции в натур. выраж. за год

продукции на душу *=* (4.3)

населения Среднегодовая численность населения

Относительные показатели широко используются в финансовом анализе для оценки фиансовой устойчивости фирмы, характеристики рынка ценых бумаг и т.п. Если необходимо описать состояние баланса фирмы или отчета о прибыли, либо показать соотношение отдельных статей баланса и отчета о прибыли, то целесообразно использовать относительные величины динамики, структуры, координации и интенсивности.

# 5. Средние величины

**5.1. Понятие и значение средних величин**

***Средней величиной*** называется обобщающий показатель, характеризующий типичный уровень варьирующего количественного признака на единицу совокупности в определенных условиях места и времени. Средняя величина всегда именованная, она имеет ту же размерность, что и признаку отдельных единиц совокупности.

Объективность и типичность статистической средней обеспечивается лишь при определенных условиях. Первое условие - *средняя должна вычисляться для качественно однородной совокупности*. Для получения однородной совокупности необходима группировка данных, поэтому расчет средней должен сочетаться с методом группировок. Второе условие - *для исчисления средних должны быть использованы массовые данные*. В средней величине, исчисленной на основе данных о большом числе единиц (массовых данных), колебания в величине признака, вызванные случайными причинами, погашаются и проявляется общее свойство (типичный размер признака) для всей совокупности.

При использовании средних в практической работе и научных исследованиях необходимо иметь в виду, что за средним показателем скрываются особенности различных частей изучаемой совокупности, поэтому *общие средние* для однородной совокупности должны дополняться *групповыми средними*, характеризующими части совокупности.

**5.2. Виды и формы средних**

В экономических исследованиях и плановых расчетах применяются две категории средних: степенные средние и структурные средние.

К категории ***степенных*** *средних* относятся: средняя арифметическая, средняя гармоническая, средняя квадратическая, средняя геометрическая.

Рассмотрим пример: известны размеры месячной заработной платы рабочих бригады:

 *Таблица 5.1*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Табельный номер рабочего | 15 | 16 | 27 | 30 | 20 | 41 | 25 | 32 | 18 | 49 | Всего |
| Месячная зарплата, у.е. | 493 | 561 | 609 | 718 | 850 | 894 | 901 | 1070 | 1203 | 1251 | 8550 |

Требуется определить среднюю месячную зарплату рабочих бригады.

Общая сумма зарплаты всех рабочих (фонд заработной платы): у.е. Это определяющий показатель исчисленных значений заработной платы *х*i каждого рабочего.

Определяющий показатель, выраженный математически, называется *определяющей функцией.*

Заработная плата в данном примере выступает как осредняемый признак.

Тогда расчет средней заработной платы рабочих можно записать в виде формулы:

‾, (5.1)

‾*x* - средняя величина из вариант

 *x*i - *осредняемый признак*, называется *вариантой* – зарплата каждого отдельного рабочего

 *n* - число вариант.

В нашем примере средняя месячная зарплата рабочих бригады:

 у.е.

Это ***средняя арифметическая простая***. Применяется когда данные статистического наблюдения не сгруппированы.

***Средняя арифметическая взвешенная*** расчитывается, когда отдельные варианты имеют различную численность, т.е. повторяются несколько раз:

**,** (5.2)

где *f* - *частота* (как часто встречается варианта, т.е. повторяемость индивидуальных значений признака).

Например, имеются следующие данные по количеству человек разного возраста в определенном коллективе:

 *Таблица 5.2*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Возраст | *x* | 26 | 24 | 21 | 23 |
| Кол. чел. | *f* | 2 | 3 | 2 | 6 |

Необходимо определить средний возраст.

По данным дискретного ряда распределения видно, что одни и те же значения признака (варианты) повторяются несколько раз. Так, варианта *х*=26 встречается в совокупности 2 раза, а варианта *х=*24 − 3 раза и т.д. В соответствии с этим, расчеты можно представить в общем виде по формуле (5.2):

года

Значит, средний возраст работников коллектива 23 года.

*Среднее арифметическое* рассчитывается по-разному в *дискретных* и *интервальных* вариационных рядах.

В дискретных рядах варианты признака умножаются на частоты, эти произведения суммируются и полученная сумма произведений делится на сумму частот.

В интервальных рядах значение признака задано, как известно, в виде интервалов, поэтому, прежде чем рассчитывать среднюю арифметическую, нужно перейти от интервального ряда к дискретному. В качестве вариантов *xi* используется середина соответствующих интервалов, которая определяется как полусумма нижней и верхней границ. Если у интервала отсутствует нижняя граница, то его середина определяется как разность между верхней границей и половиной величины следующих интервалов. При отсутствии верхних границ, середина интервала определяется как сумма нижней границы и половины величины предыдущего интервала. После перехода к дискретному ряду дальнейшие вычисления происходят по методике рассмотренной выше.

Рассмотрим расчет средней арифметической для таких рядов.

Например, исчислить среднюю выработку продукции одним рабочим за смену, по

имеющимся данным табл.:

*Таблица 5.3*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Группы рабочих по количеству произведенной продукции за смену, шт. | Число рабочих, *f* | Середина интервала, *хi* | *хi f* |
| 3 — 5 | 10 | 4 | 40 |
| 5 — 7 | 30 | 6 | 180 |
| 7 — 9 | 40 | 8 | 320 |
| 9 — 11 | 15 | 10 | 150 |
| 11 — 13 | 5 | 12 | 60 |
| ИТОГО | 100 |  | 750 |

В данном ряду варианты осредняемого признака (продукция за смену) представлены не одним числом, а в виде интервала "от - до". Рабочие первой группы производят продукцию от 3 до 5 шт., рабочие второй группы - от до 7 шт. и т. д. Таким образом, каждая группа ряда распределения имеет нижнее и верхнее значения вариант, или закрытые интервалы. Исчисление средней по сгруппированным данным производится по формуле средней арифметической взвешенной (5.2). Чтобы применить эту формулу, необходимо варианты признака выразить одним числом (дискретным). За такое дискретное число принимается средняя арифметическая простая из верхнего и нижнего значения интервала. Так, для первой группы дискретная величина х будет равна:



Дальнейший расчет производится обычным методом определения средней арифмети-ческой взвешенной:

****шт.

Итак, рабочие произвели 750 шт. изделий за смену, а каждый в среднем произвел 7,5 шт.

В практике экономической статистики иногда приходится исчислять среднюю по групповым средним или по средним отдельных частей совокупности (частным средним). В таких случаях за варианты (*х*) принимаются групповые или частные средние, на основании которых исчисляется общая средняя как обычная средняя арифметическая взвешенная.

Например, необходимо.определить средний процент выполнения плана по выпуску про-дукции по группе заводов на основании следующих данных:

*Таблица 5.4.*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Номер завода | Выпуск продукции по плану, млн.у.е. | Выполнение плана, % |
| 1 | 18 | 100 |
| 2 | 22 | 105 |
| 3 | 25 | 90 |
| 4 | 20 | 106 |
| 5 | 40 | 108 |
| ИТОГО | 125 | —  |

В этой задаче варианты (процент выполнения плана) являются не индивидуальными, а средними по заводу. Весами являются выпуск продукции по плану. При вычислении среднего процента выполнения плана следует использовать формулу средней арифметической взвешенной (5.2).

Значение числителя — фактически выпущенная продукция, получаемая путём умножения вариант (процент выполнения плана) на веса (выпуск продукции по плану).

Производя вычисления, варианты (*х*) лучше брать в коэффициентах.

Тогда средний процент выполнения плана по выпуску продукции по группе заводов:



 , или 102,4%

Средняя арифметическая величина обладает следующими ***свойствами:***

* сумма отклонений отдельных значений признака от средней арифметической равна 0;
* если от каждой варианты вычесть или к каждой варианте прибавить какое-либо произвольное постоянное число, то средняя уменьшится или увеличится на это же число;
* если каждую варианту разделить или умножить на какое-либо произвольное число, то средняя уменьшается или увеличивается во столько же раз;
* если все частоты разделить на какое-либо число, то средняя не изменится. Это свойство дает возможность абсолютное значение частот заменять их удельными весами.

***Средняя гармоническая*** по своей форме является величиной, обратной средней арифметической. Она рассчитывается в тех случаях, когда веса *fi* не заданы непосредственно, а входят как сомножитель в один из имеющихся показателей. Также как и арифметическая, средняя гармоническая может быть ***простой и взвешенной***.

Если веса у каждого значения признака равны, то можно использовать среднюю ***гармоническую простую:***

 (5.3)

Данную формулу удобно использовать для осреднения признака в единицу времени. Напрмер, автомобиль с грузом от предприятия до склада ехал со скростью 40 км/час, а обратно - 60 км/час. Какова средняя скорость автомобиля?

В данном случае расстояние s никакой роли не играет. При замене индивидуальных значений скорости х1 = 40, х2 = 60 на среднюю величину, необходимо, чтобы неизменной величиной осталось время, затраченное на обе поездки, иначе скорость может оказаться любой - от скорости черепахи до скорости света.

Время поездок есть *s/x1 + s/x2*. Итак, *s/x +s/x = s/ x1 + s/x2*. Сократив все члены равенства на s, получим 1/‾*х +*1/‾*х* = 1/*х1 +* 1/*х2*, т.е. выполняется условие гармонической средней.

2/‾х =1/40+1/60; ‾х = 2/(1/60+1/40) = 48 км/час.

Однако в статистической практике чаще применяется средняя ***гармоническая взвешенная.*** Она используется, как правило, при расчете общей средней из средних групповых.

 (5.4)

Например, исчислить среднюю зарплату за август и сентябрь, если имеются следующие данные по цехам:

 *Таблица 5.5*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| номер цеха | Сред. зарплата за август, у.е.‾*х* | число работников *f* | сред. зарплата за сентябрь, у.е.*‾ х* | фонд зарплатыу.е. М |
| 1 | 220 | 150 | 208 | 27040 |
| 2 | 220 | 120 | 220 | 26840 |
| 3 | 315 | 83 | 340 | 28900 |
| итого | 755 | 353 | 768 | 82780 |

Средняя зарплата за август расчитывается по средней арифметической взвешенной:

**** у.е.

Для расчета средней зарплаты за сентябрь применяется средняя гармоническая взвешаная:

**‾**245,64 у.е.

Критерием правильности применения средней гармоническое взвешаной является то, что деление фонда зарплаты на среднюю зарплату даёт число работников.

***Основополагающее правило при выборе средней заключается в том, что величины представляющие числитель и знаменатель средней, должны иметь определенный логический смысл.*** Другими словами, прежде чем оперировать цифрами, нужно выяснить, соотношением каких показателей является средняя в данном конкретном случае. Это исходное соотношение рекомендуется записать словами в виде формулы, называемой логической формулой средней.

Еще одной формулой, по которой может осуществляться расчет среднего показателя, является ***средняя геометрическая:***

, (5.6)

где *m* – количество осредняемых величин.

Она отражает средний коэффициент роста показателя за определенный период. Наиболее широкое применение этот вид средней получил в анализе динамики для определения среднего темпа роста (подробнее см. гл.7).

В тех случаях, когда осреднению подлежат величины, выраженные в виде квадратных функций, применяется средняя квадратическая. Средние диаметры колес, труб, стволов, средние стороны квадратов и т.д. определяются при помощи ***средней квадратической.*** Средняя квадратическая вычисляется путем извлечения квадратного корня из частного от деления суммы квадратов отдельных значений признака на их число:

 (5.7)

Этот вид средней широко используется и при расчете показателей вариации (см. гл.6).

***Структурная средняя*** характеризует состав статистической совокупности по одному из варьирующих признаков. К этим средним относятся ***мода*** и ***медиана***.

***Мода*** - такое значение варьирующего признака, которое в данном ряду распределения имеет наибольшую частоту.

В дискретных рядах распределений мода определяется визуально. Сначала определяется наибольшая частота, а по ней модальное значение признака.

В интервальных рядах для вычисления моды используется следующая формула:

 (5.8)

*XМo* - нижняя граница модальности (интервал ряда с наибольшей частотой)

*iMo* - величина модального интервала

*fMo* - частота модального интервала

*fMo-1*- частота интервала, предшествующего модальному

*fMo+1*- частота интервала, следующего за модальным

Мода является наиболее распространенной и в этом смысле типичной величиной в распределении. Но мода и средняя величина по-разному характеризуют совокупность. Мода определяет непосредственно размер признака, свойственный хотя и значительной части, но все же не всей совокупности. Поэтому мода по своему обобщающему значению уступает средней, которая характеризует совокупность в целом, так как складывается под воздействием всех без исключения элементов совокупности. При наличии одной моды распределение называют унимодальным, при двух модах - бимодальным, при трех и более модах - мультимодальным.

***Медианой*** называется такое значение варьирующего признака, которое делит *ранжированный* ряд распределения на две равные части по объему частот. *Ранжированный* ряд – это ряд, расположенный а порядке возрастания или убывания признака.

Положение медианы определяется ее номером:

Nme = (5.9)

где  - число единиц в совокупности.

По накопленным частотам определяют ее численное значение в дискретном вариационном ряду. Если дискретный ряд распределения состоит из четного числа членов, то медиана определяется как средняя величина из двух серединных значений ранжированного ряда признаков.

Рассмотрим пример расчета медианы в дискретном ряду.

Например, определим медиану количества изготовленных изделий рабочими за смену:

*Таблица 5.6*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Количество изготовленных изделий, шт. | Число рабочих | Сумма наколенных (кумулятивных) частот |
| 110 | 2 |  2 |
| 130 | 6 |  8 (2+6) |
| 160 | 16 | 24 (8+16) |
| 190 | 12 | 36 (24+12) |
| 220 | 4 | 40 (36+4) |
|  | 40 |  |

Для определения медианы надо подсчитать сумму накопленных частот ряда. Номер медианы равен  В данном случае значение медианы должно соответствовать среднему значению 20 и 21 признаков. Признаки под указанными номерами включает в себя накопленная сумма частот ряда равная 24. Таким образом и 20 и 21 варианта имеют значение 160 шт., поэтому медиана ряда равна 160 шт, т.е. половина рабочих изготавливают 160 штук изделий и меньше, другая половина – 160 штук и больше.

Если же сумма накопленных частот против одной из вариант равна точно половине сумме частот, то медиана определяется как средняя арифметическая этой варианты и последующей.

В интервальном ряду распределения сначала указывают интервал, в ктором находится медиана, а затем расчитывают значение медианы по формуле:

 (5.10)

 - нижняя граница медианного интервала (интервала для которого накопленная частота впервые превысит полусумму частот)

*iMe* - величина интервала

 - локальная частота ряда

 - сумма накопленных частот предшествующих медианному интервалу

 - локальная частота медианного интервала

Например**,** требуется определить моду и медиану возраста студентов данным таблицы 5.7.

 *Таблица 5.7*

Распределение студентов вечернего отделения по возрасту

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Возрастные группы | Число студентов | Накопленные частоты |
| до 20 лет | 346 | 346 |
| 20-25 | 872 | 1218 |
| 25-30 | 1054 | 2272 |
| 30-35 | 781 | 3053 |
| 35-40 | 212 | 3265 |
| 40-45 | 121 | 3386 |
| 45 лет и выше | 76 | 3462 |
| Итого: | 3462 |  |

Для определения моды определяем модальный интервал. Им является интервал 25-30 лет, так как его частота наибольшая (1054), тогда

Мо лет

Для определения медианы тоже необходимо определить медианный интервал по номеру медианы. . Накопленные частоты показывают, что признак с таким номером входит в интервал 25 – 30. Тогда медиана определится как:

Ме года.

Мода и медиана являются описательными характеристиками совокупностей с количественно варьирующими признаками и не могут заменить среднюю обобщающую величину.

# 6. Элементы анализа вариационных рядов

**6.1. Ряды распределения и приемы их построения**

Различия индивидуальных значений признака у единиц совокупности называются ***вариацией признака.*** Она возникает в результате того, что индивидуальные значения складываются под совместным влиянием разнообразных условий (факторов), по-разному сочетающихся в каждом отдельном случае.

Изучение вариации в пределах одной группы предполагает использование следующих приемов: построение вариационного ряда (ряда распределения), его графическое изображение, исчисление основных характеристик распределения.

***Вариационный ряд*** - групповая таблица, построенная по количественному признаку, в сказуемом которой показывается число единиц в каждой группе. Форма построения вариационного ряда зависит от характера изменения изучаемого признака, он может быть построен в форме дискретного ряда или в форме интервального ряда.

По характеру вариации значения признака различают:

* признаки с прерывным изменением (дискретные);
* признаки с непрерывным изменением (непрерывные).

Признаки с прерывным изменением могут принимать лишь конечное число определенных значений (например, тарифный разряд рабочих, число детей в семье, число станков, обслуживаемых одним рабочим). Признаки с непрерывным изменением могут принимать в определенных границах любые значения (например, стаж работы, пробег автомобиля, размер дохода и т.д.).

Для признака, имеющего прерывное изменение с небольшим числом вариантов строится ***дискретный ряд***.Ряд распределения принято оформлять в виде таблиц. В первой графе ряда указываются конкретные значения каждого индивидуального значения признака, обозначенные через *x*, во второй - численность единиц с определенным значением признака  *f*. Вариационный ряд иногда дополняется другими графами, необходимыми для вычисления отдельных статистических показателей или для более отчетливого выраженя характера вариации изучаемого признака. Это *накопленные* *частоты S*, вычисляемые путем последовательного прибавления к частоте первого интервала частот последующих интервалов и показывающие сколько единиц совокупности имеют значение признака не больше, чем данное значение. А также *частности* *w*, которыми заменяют частоты ряда.

Частость расчитывается по формуле:

 (6.1)

и может выражаться в долях или процентах (табл. 6.1).

Замена частот частостями позволяет сопоставить вариационные ряды с различным числом наблюдений.

*Таблица 6.1*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Тарифный разряд рабочего, *х* | Число рабочих, имеющих этот разряд, *f* | Частость, *w* | Накопленнаячастота, S |
| 23456итого | 1584220 | 0,050,250,400,200,101,00 | 16141820 |

Для признака, имеющего непрерывное изменение строится ***интервальный вариационный ряд распределения.*** Интервал указывает определенные пределы значений варьирующего признака и обозначаются нижней и верхней границами интервала. Такие рапределения имеют широкое распространение в практике статистической работы. Определение величины интервала производится по формуле (3.1).

**6.2. Показатели центра распределения и вариации признака**

Для характеристики *среднего значения признака в вариационном ряду используются*так называемые показатели ***центра распределения***. К ним относятся средняя величина признака, мода и медиана (см. гл.5). По соотношению характеристик центра распределения можно судить о симметричности ряда распределения. Симметричным является распределение в котором средняя величина, мода и медиана равны между собой. Если , то имеет место правосторонняя асимметрия. Соотношение  характерно для левосторонней асимметрии.

Одна и та же средняя может характеризовать совокупность, в которой размеры вариации признака существенно отличаются друг от друга. Рассмотрим пример.

*Таблица 6.2*

Дневная выработка рабочих двух бригад

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Номер бригады | Число рабочих | Дневная выработка деталей отдельных рабочих, шт. | Средняя дневная выработка, шт. |
| 1 | 6 | 75 90 78 82 93 86 | 84 |
| 2 | 6 | 65 122 84 70 105 58 | 84 |

Как видно, средняя дневная выработка в обеих бригадах одинакова, хотя в первой бригаде средняя значительно меньше отличается от индивидуальных значений признака, чем во второй, т.е.средняя величина дает *обобщающую характеристику* всей совокупности изучаемого явления и будет достаточно показательнойлишь для совокупности с индивидуальными значеними признака мало отличающимися друг от друга. Следовательно, для всесторонней характеристики рядов распределения необходимы показатели, определяющие меру, степень колеблемости отдельных значений признака от средней, т.е. степень вариации, а также форму (тип) распределения, характеризующую ее закономерности.

Для характеристики ***размера вариации*** применяют абсолютные показатели: размах колебаний, среднее линейное отклонение, дисперсия и среднее квадратическое отклонение.

***Размах колебаний (размах вариации)*** является наиболее простой мерой колеблемости значений признака и представляет собой разность между максимальным и минимальным значением признака изучаеиой совокупности:

R = *Х*max - *Х*min. (6.2)

Размах вариации имеет недостаток, проявляющийся в том, что при вычислении R используются только крайние значения ряда распределения, что не всегда правильно характеризует колеблемость признака.

В связи с тем, что каждое индивидуальное значение признака отклоняется от средней на определенную величину, мерой вариации может служить средняя из отклонений каждой отдельной варианты от их средней. Такими показателями являются ***среднее линейное отклонение, дисперсия, среднее квадратическое отклонение***.

***Среднее линейное отклонение*** *d*представляет собой среднюю из абсолютных значений отклонений индивидуальных значений признаков от их средней. Это величина именованная и выражается в единицах измерения признака. Для несгруппированных данных расчитывается по формуле:

******; (6.3)

для *n* вариационного ряда: **** (6.4)

Рассмотрим пример расчета среднего линейного отклонения:

*Таблица 6.3*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Произведенопродукции однимрабочим за смену, шт. | Число рабочих | *xf* |  | ⏐⏐*f* |
| 8 | 7 | 56 | -2 | 14 |
| 9 | 10 | 90 | -1 | 10 |
| 10 | 15 | 150 | 0 | 0 |
| 11 | 12 | 132 | 1 | 12 |
| 12 | 6 | 72 | 2 | 12 |
| Итого | 50 | 500 |  | 48 |

Определим среднюю производительность труда одного рабочего:

**** =10 шт.

Отклонения каждого значения признака от средней и взвешенные отклонения представлены в таблице. Определим среднее линейое отклонение

*d* = 48 / 50 = 0,96 шт.

В интервальном ряду предварительно расчитывается середина интервала, т.е. определяются дискретные значения признака, и далее расчет аналогичен.

Недостаток среднего линейного отклонения в том, что оно берется без учета знака. Поэтому в статистике чаще используют дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

***Дисперсия*** - это средняя арифметическая квадратов отклонений каждого значения признака от общей средней. Дисперсия обычно называется средним квадратом отклонений. В зависимости от исходных данных дисперсия может вычисляться по средней арифметической простой или взвешенной. Дисперсия для несгруппированных данных:

, (6.5)

для *n* вариационного ряда:

 (6.6)

. (6.8)

В статистике наряду с показателем вариации количественного признака определяется показатель вариации качественного или альтернативного признака. ***Альтернативный признак*** – это такой признак, который может принимать только два значения (наличие бракованной продукции, подразделение по полу и т.д.). Обозначив отсутствие интересующего нас признака через 0, а его наличие через 1, долю единиц, обладающих данным признаком − через*р*, не обладающих — через *q*, дисперсию этого признака можно определить как  (6.9)

Например, если 64% работников предприятия имеют высшее образование р, то дисперсия будет равна: 

.

Дисперсия имеет очень большое значение в анализе. Однако ее применение как меры вариации в ряде случаев бывает не совсем удобным, потому что размерность дисперсии равна квадрату размерности изучаемого признака. Поэтому вычисляют ***среднее квадратическое отклонение,*** равное корню квадратному из суммы квадратов отклонений индивидуальных значений признака от их средней, т.е. из дисперсии:

 — среднее квадратическое отклонение невзвешенное; 6.10)

 — среднее квадратическое отклонение взвешенное. (6.11)

Среднее квадратическое отклонение - это обобщающая характеристика абсолютных размеров вариации признака в совокупности, показывающая «сконцентрированность» данных выборки около среднего значения. Выражается оно в тех же единицах измерения, что и признак. Вычислению среднего квадратического отклонения предшествует расчет дисперсии.

Сопоставление линейных или средних квадратических отклонений по нескольким совокупностям дает возможность определять степень их однородности в отношении того или иного признака. Чем меньше**:** *R, d,* σ2, σ – тем совокупность более однородна, тем более типичной будет средняя величина.

Рассчитаем дисперсию и среднее квадратическое отклонение на примере данных табл.6.3:

*Таблица 6.4*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Произведено продукции одним рабочим, шт. (*х*) | Число рабочих*f* | *xf* |  |  |  |
|  8 |  7 |  56 |  -2 |  4 |  28 |
|  9 |  10 |  90 |  -1 |  1 |  10 |
|  10 |  15 |  150 |  0 |  0 |  0 |
|  11 |  12 |  132 |  1 |  1 |  12 |
|  12 |  6 |  72 |  2 |  4 |  24 |
|  Итого |  50 |  500 |  |  |  74 |

Исчислим среднюю арифметическую взвешенную:

Значения отклонений от средней и их квадратов представлены в табл. 6.4. Определим дисперсию.

=1,48

Среднее квадратическое отклонение будет равно:

 шт.

Это означает, что отклонение от средней производительности составило 1,2 шт.

Если исходные данные представлены в виде интервального ряда распределения, то сначала надо определить дискретное значение признака, а далее применить тот же метод, что изложен выше.

Для характеристики *интенсивности вариации*, т.е. меры колеблемости изучаемого признака исчисляются показатели колеблемости в *относительных величинах*: коэффициент вариации,относительное линейное отклонение и коэффициент осцилляции. Они позволяют сравнивать характер рассеивания в различных распределениях (различные единицы наблюдения одного и того же признака в двух совокупностях, при различных значениях средних, при сравнении разноименных совокупностей). Расчет показателей меры относительного рассеивания осуществляют как отношение абсолютного показателя рассеивания к средней арифметической, умножаемое на 100%.

***Коэффициент вариации*** -отношение среднего квадратического отклонения к его средней величине:

 (6.12)

Учитывая, что среднеквадратическое отклонение дает обобщающую характеристику колеблемости всех вариантов совокупности, коэффициент вариации является наиболее распространенным показателем колеблемости, используемым для оценки типичности средних величин. По его величине можно судить об однородности состава изучаемой совокупности. Существует шкала определения степени однородности совокупности в зависимости от значений коэффициента вариации

Коэффициент вариации (%) Степень однородности совокупности

 До 30 Однородная

 30 – 60 Средняя

 60 и более Неоднородная

# 7. Ряды динамики

**7.1. Понятие и виды рядов динамики**

Социально-экономические явления общественной жизни находятся в непрерывном развитии. Их изменение во времени статистика изучает при помощи построения и анализа рядов динамики.

***Ряд динамики*** - числовые значения статистического показателя, представленные во временной последовательности. Он состоит из двух граф: в первой указываются периоды (или даты), во второй - показатели, характеризующие изучаемый объект за эти периоды (или на эти даты). Показатели второй графы носят название ***уровней ряда***: первый пока-затель называется ***начальным уровнем***, последний - ***конечным.*** Уровни ряда могут быть выражены абсолютными, средними или отностительными величинами. Ряды динамики относительных и средних величин строятся на основе рядов абсолютных величин. Для наглядного представления ряда динамики широко используются графические изображения, чаще всего линейные диаграммы.

Ряды динамики могут быть двух видов: ***интервальные и моментные.*** В *интервальном* ряду приводятся данные, характеризующие величину показателя за определенные периоды (месяц, квартал, год и т.п.):

 *Таблица 7.1*

Объем продаж АО "Норма" (млн. крон)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Год | Всего продаж | В том числе |
| В Россию | На европейский рынок |
| 1997 | 520 | 300 | 220 |
| 1998 | 410 | 190 | 220 |
| 1999 | 460 | 240 | 220 |
| 2000 | 490 | 270 | 220 |

Особенностью интервальных рядов из абсолютных величин является то, что их уровни можно суммировать, получая новые численные значения объема явлени, относящиеся к более длительным периодам.

В *моментном* ряду динамики приводятся данные, характеризующие размеры явления на определенные моменты (даты) времени. Примером может служить табл. 7.2. Уровни моментных динамических рядов суммировать нельзя; сумма не имеет смысла, так как каждый последующий уровень полностью или частично включает в себя предыдущий уровень. Однако разность уровней имеет смысл, характеризуя увеличение или уменьшение уровня ряда между датами учета.

*Таблица 7.2*

Количество легковых автомобилей, зарегистрированных частными лицами в Харьюском уезде.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| На начало года | 2006 | 2007 | 2008 |
| Число автомобилей | 1200 | 2500 | 3800 |

Важнейшим условием правильного формирования рядов динамики является *сопоставимость уровней****,*** образующих ряд.Основным требованием сопоставимости уровней является одинаковая методология их исчисления для всех периодов или дат. Уровни показателей в интервальных динамических рядах должны относиться к периодам одинаковой продолжительности. Для моментного ряда должна соблюдаться неизменность даты учета (например, на первое число каждого месяца).

К числу основных задач, возникающих при изучении ряда динамики относят следующие:

* характеристика интенсивности развития явления от периода к периоду, от даты к дате;
* определение средних показателей временного ряда за тот или иной период;
* выявление основных закономерностей динамики исследуемого явления на отдельных этапах и в целом за рассматриваемый период;
* выявление факторов, обусловливающие изменение изучаемого объекта во времени;
* прогнозирование развития явления на будущее.

**7.2. Аналитические показатели динамики**

Динамический ряд представляет собой ряд последовательных уровней, сопоставляя которые между собой можно получить характеристику скорости и интенстивности развития явления. Возможны два варианта сопоставления:

1. Каждый уровень ряда динамики сравнивается с одним и тем же предшествующим уровнем, принятым за базу сравнения. В качестве базисного уровня выбирается либо начальный уровень динамического ряда, либо уровень, с которого начинается какой-то этап развития явления. Такое сравнение называется с постоянной базой или ***базисным***.

2. Каждый уровень динамического ряда сравнивается с непосредственно ему предшест-вующим - такое сравнение называют с переменной базой или ***цепным.***

*Базисные показатели* характеризуют окончательный результат всех изменений в уровнях ряда от периода, к которому относится базисный уровень, до данного (*i*-ого) периода. Показатели динамики с *переменной базой* характеризуют изменения уровня от периода к периоду (или от даты к дате) в пределах определенного промежутка времени.

Для характеристики развития явления во времени применяются следующие показатели:

* абсолютный прирост;
* коэффициент роста;
* темп прироста;
* абсолютное значение одного процента прироста.

***Абсолютный прирост* (Δ)** определяется как разность между двумя уровнями динамического ряда и показывает, насколько данный уровень ряда превышает уровень, принятый за базу сравнения. Базисный прирост:

Δ = *уi – уо* ***,***где (7.1)

*уi* - уровень сравниваемого периода;

*уо*- уровень базисного периода.

Цепной прирост:

Δ = *уi – уi-1* ***,*** (7.2)

где *уi-1* ***,***- уровень периода, предшествующего сравниваемому.

Абсолютный прирост с переменной базой называют ***скоростью роста****.*

По данным табл.7.1 абсолютные приросты с переменной базой составят:

Δ 1= 410 - 520 = -110; Δ 2 = 460 - 410 = 50; Δ 3 = 490 - 460 = 30

С постоянной базой Δ 1= 410 - 520 = -110; Δ 2 = 460 -520 = -60; Δ 3 = 490 - 520 = -30

***Коэффициент роста* (*К*)** определяется как отношение двух сравниваемых уровней и показывает, во сколько раз данный уровень превышает уровень данного ряда.

Цепной:  (7.3)

Базисный: (7.4)

Для нашего примера цепные коэффициентыроста:

 Цепные ; ; ;

базисные: ; ; .

Если коэффициент роста выражают в процентах, то их называют **темпами роста (*Т*)*:***

˙ (7.5)

*Т*1 = 0,79·100% = 79%; *Т*2 = 1,21·100% = 121%; *Т*3 = 1,07 ·100% = 107%

*Т*1 = 0,79·100% = 79%; *Т*2 = 0,88·100% = 88%; *Т*3 = 0,94 · 100% = 94%

***Темп прироста*** **(Δ*Т*)** показывает, на сколько процентов уровень данного периода больше (или меньше) базисного периода. Этот показатель может быть расчитан двояко:

путем вычитания 100% из темпа роста:

Δ*Т* = *Т* - 100% (7.6)

как процентное отношение абсолютного прироста к базисному уровню:

 ;  (7.7)

*Тцеп* = 79% - 100% = -21%; *Тцеп* = 121% -100% = 21%; *Тцеп=*107%-100%=7%

*Тбаз* = 79% - 100% = -21%; *Тбаз* = 88% - 100% = -12%; *Тбаз* =94%-100%=-6%

***Абсолютное значение одного процента прироста*** получают как отношение абсолютного прироста на темп прироста. Имеет смысл расчет только цепным методом и показывает скорость изменения уровней ряда в единицу времени:

 (7.8)

**7.3. Средние по рядам динамики**

Для характеристики интенсивности развития и обобщения данных по показателям уровней ряда динамики могут быть рассчитаны показатели в виде средних величин – средний уровень ряда, средний абсолютный прирост, средний темп роста, средний темп прироста. Метод расчета ***среднего уровня ряда*** динамики зависит от вида временного ряда. Для интервального ряда абсолютных показателей с равными интервалами средний уровень за определенный период определяется по формуле простой арифметической:

, (7.9)

где *yi* - уровни ряда; *n* - число уровней ряда.

Средний уровень моментного динамического ряда определяется иначе, т.к. отдельные уровни содержат элементы повторного счета. Если интервалы между датами равны, то средний уровень рассчитывается по формуле ***средней хронологической***:

 (7.10)

Рассмотрим пример: известно, что остатки материалов на складе на 1 января составили 242 тыс уе, на 1 февраля - 251 тыс. уе., на 1 марта - 213 тыс уе, на 1 апреля - 186 тыс уе. Определить среднемесячные остатки материалов.

В задаче даны остатки материалов на определенные моменты в ремени, промежутки между которыми равны. В этом случае средняя исчисляется по формуле средней хронологического ряда:

 у.д.е.

Для определения среднего уровня моментного ряда с неравномерными промежутками между временными датами вычисляется средняя арифметическая взвешенная. В качестве весов принимается продолжительность промежутков времени между моментами, в которые происходят изменения в уровнях динамического ряда:

, (7.11)

где *ti* - количество дней (месяцев) между смежными датами ;

 - уровни ряда, сохраняющиеся без изменения на протяжении интервала времени *ti*.

Например:на 1 января отчетного года стоимость оборудования на предприятии составляла 75млн. уе. в марте были приобретены новые станки на 2 млн. уе, в мае выбыло основных фондов на 7 млн уе, а в сентябре было еще приобретено на сумму 8 млн уе. Определить среднюю годовую стоимость оборудования на предприятии.

Для расчета средней годовой стоимости оборудования определим продолжительность *ti* каждого периода и составим таблицу:

*Таблица 7.2*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Даты учета | Стоимость оборудования, млн у.е. (*yi* ) | Период действия уровня, месяцев (*ti)* | *yiּ ti* |
| 1.01 | 75 | 3 | 225 |
| 1.04 | 77 | 2 | 154 |
| 1.06 | 70 | 4 | 280 |
| 1.10 | 78 | 3 | 234 |
| Итого | - | 12 | 893 |

 Среднегодовая стоимость оборудования равна: млн.у.е.

***Средний абсолютный прирост*** **()** (или средняя скорость роста) расчитывается как средняя арифметическая из цепных показателей абсолютного прироста Δ (скорости роста) за отдельные промежутки времени:

**** (7.12)

Этот показатель можно исчислить и по абсолютным уровням ряда динамики:

**,** (7.13)

где *n* - число уровней ряда;

*уn*и *у0* - соответственно, конечный и начальный уровни динамического ряда.

При изучении рядов динамики возникает необходимость определения ***среднего темпа роста*** явления за отдельные периоды его развития. Для рядов динамики годовых уровней производят расчет среднегодовых темпов роста. В рядах внутригодовой динамики исчисляют среднемесячные или среднеквартальные темпы роста. Для определения среднего темпа роста используется формула средней геометрической:

**,** (7.14)

где *Ki* - цепные коэффициенты роста;

*n* – число коэффициентов.

Если в качестве исходных данных выступают базисные коэффициенты роста, то расчет среднего темпа роста производится по формуле:

,(7.15)

где *K*б - базисный коэффициент роста в;

*m* - число учетных единиц времени в изучаемом периоде.

Если в качестве исходных данных выступают абсолютные уровни ряда, то средние темпы роста расчитываются

,(7.16)

где *yn* - конечный уровень ряда;

*yo* - базиный уровень ряда;

*m* - число учетных единиц времени в изучаемом периоде.

***Средний темп прироста*** рассчитывается на основе среднего темпа роста путем вычитания из последнего 100%:

. (7.17)

Рассмотренные средние показатели динамики широко используются ввиду их простоты и возможности четко интерпретировать результат.

# 8. Индексы

**8.1. Понятие индекса и способы их построения**

Важное значение в статистических исследованиях коммерческой деятельности имеет индексный метод. ***Статистический индекс*** — это относительная величина сравнения сложных совокупностей и отдельных их единиц. При этом под сложной понимается такая статистическая совокупность, отдельные элементы которой непосредственно не подлежат суммированию. Например, ассортимент продовольственных товаров состоит из товарных разновидностей, первичный учет которых на производстве и в оптовой торговле ведется в натуральных единицах измерения: молоко — в литрах, мясо — в центнерах, яйцо — в штуках и т.д. Для определения общего объема производства и реализации продовольственных товаров суммировать данные учета разнородных товарных масс в натуральных измерителях нельзя. Не подлежат непосредственному суммированию и данные о количестве произведенных и реализованных различных видов непродоволь-ственных товаров. Для получения в сложных статистических совокупностях обобщающих (суммарных) величин прибегают к индексному методу.

Основой индексного метода при определении изменений в производстве и обращении товаров является переход от натурально — вещественной формы выражения товарных масс к стоимостным (денежным) измерителям. Именно посредством денежного выражения стоимости отдельных товаров устраняется их несравнимость как потребительских стоимостей и достигается единство.

Величина, изменение которой изучается в данном конкретном случае с помощьюиндексаназывется ***индексируемой величиной.***

Для удобства восприятия индексов в теории статистики разработана определенная символика. Каждая индексируемая величина имеет свое символическое обозначение:

Количество единиц данного вида продукции - **q**

Цена единицы изделия - **p**

Себестоимость единицы изделия - **z**

Трудоемкость единицы изделия - **t**

По степени охвата элементов совокупности различают ***индивидуальные и сводные (общие)*** индексы.

***Индивидуальными называются индексы***, характеризующие изменение только одного элемента совокупности (например, изменение производства сливочного масла, или изменение потребления молока и т.п.). Индивидуальный индекс обозначается ***i*.**

***Сводный (общий*) *индекс*** выражает сводные (обобщающие) результаты совместного изменения всех единиц, образующих статистическую совокупность (как изменилось производство молочной продукции на Таллинском молочном кобинате или в Эстонии в целом). Если индексы охватывают не все элементы сложного явления, а лишь часть, то их называют ***групповыми*** или субиндексами. Обозначаютсясводные индексы ***I*.**

Важной особенностью общих индексов является то, что они обладают синтетическими и аналитическими свойствами.***Синтетические***свойства индексов состоят в том, что посредством индексного метода производится соединение (агрегирование) в целом разнородных единиц статистической совокупности. ***Аналитические*** свойства индексов состоят в том, что посредством индексного метода определяется влияние факторов на изменение изучаемого показателя.

В зависимости от содержания и характера индексируемой величины различают индексы ***количественных***показателей (например, физического объема прдукции) и индексы ***качественных*** показателей (например, индекс цен, себестоимости).

Индекс является результатом сравнения двух одноименных показателей, поэтому при их вычислении различают сравниваемый уровень (числитель индексного отношения), называемый ***текущим или отчетным*** и уровень с которым производится сравнение (знаменатель индексного отношения), называемый ***базисным.*** Выбор базы определяется целью исследования. При этом возможен расчет ***цепных индексов***, получаемых путем сопоставления текущих уровней с предшествующим. ***Базисные индексы*** получают путем сопоставления с уровнем какого-либо одного периода, принятого за базу сравнения.

**8.2. Индивидуальные индексы**

Для определения индекса надо произвести сопоставление двух величин. При изучении динамики социально-экономических явлений сравниваемая величина (числитель индексного отношения) принимается за *текущий* (или отчетный) период, а величина, с которой производится сравнение — за *базисный* период.

*Индивидуальный индекс физического объема* продукции *i*q расчитывается по формуле . (8.1)

Он показывает, во сколько раз возрос (уменьшился) выпуск какого-либо одного товара в отчетном периоде по сравнению с базисным, или сколько процентов составляет рост (снижение) выпуска товара.

Аналогично строятся *индекс цен* и *себестоимости единицы продукции*:

; (8.2)

. (8.3)

*Индекс затрат времени на производство единицы продукции*:

. (8.4)

Так как между количеством продукции, произведенной в единицу времени (v), и затратами рабочего времени на производство единицы продукции (t) существует обратно пропорциональная зависимость, т.е. , то индекс получается в результате деления величины показателя в базисном периоде на величину в текущем периоде.

Например**,** в текущем, отчётном году предприятие произвело 120 тыс.т. продукции вместо 100 тыс.т. в прошлом базисном году. Цены за каждую тонну этой продукции снизились с 20 до 18 крон; а её общая стоимость возросла с 2000 до 2160 тыс. кр.

В данном примере можно вычислить три индекса:

индекс объёма продукции:  или 120%;

индекс цен:  или 90%;

индекс стоимости продукции:  или 108%

Полученные индексы показывают, что объём продукции возрос в отчётном году по сравнению с базисным в 1,2 раза, а цены, наоборот, снизились до 0,9 их базисного уровня.

**8.3. Общие индексы**

Основной формой общих индексов являются агрегатные индексы. За каждым индексом стоят определенные экономические категории. Экономическое содержание индекса предопределяет методику их расчета.

Достижение в сложных статистических совокупностях сопоставимости разнородных единиц осуществляется введением в индексные отношения специальных сомножителей индексируемых величин. Такие сомножители называются ***соизмерителями***. Они необходимы для перехода от натуральных измерителей разнородных единиц статистической совокупности к однородным показателям.

Поскольку числитель и знаменатель агрегатных индексов имеют экономический смысл, в статистическом анализе нередко используются их разности.

***Индекс стоимости продукции или товарооборота*** ***Ipq***показывает изменение общего стоимостного объема товарооборота вследствие изменения двух факторов – физического объема продаж и цен. Он представляет собой отношение стоимости продукции текущего периода к стоимости продукции в базисном периоде:

 (10.6)

Разница между числителем и знаменателем показывает абсолютный прирост (уменьшение) товарооборота в отчетном периоде по сравнению с базисным.

***Индекс физического объема продукции*** – это индекс количественного показателя у которого индексируемой величиной будет количество продукции, а весом – цена. Он показывает, во сколько раз возросла (уменьшилась) стоимость продукции из-за роста (снижения) объема ее производства. Разность числителя и знаменателя показывает, на сколько изменилась стоимость продукции в результате роста (уменьшения) ее объема.

***Индекс цен*** – это индекс качественного показателя. Индексируемой величиной будет цена товара а весом –количество продукции,. Он показывает, во сколько раз возросла (уменьшилась) стоимость продукции из-за изменения цен. Разность числителя и знаменателя показывает, на сколько изменилась стоимость продукции в результате роста (снижения) цен.

Индексы физического объема продукции и цен могут строиться с соизмерителями базисного периода (по формуле Ласпейреса), либо отчетного периода (по формуле Пааше). Формулы построения данных индексов приведены в табл. 8.1.

 *Таблица 8.1*

**Агрегатные индексы**

|  |  |
| --- | --- |
| Формулы индексов | Название индексов |
| Индексы физического объема продукции | Индексы цен |
| По формуле Ласпейреса(по базисным весам) |  |  |
| По формуле Пааше(по отчетным весам) |  |  |

Значения индексов цен Пааше и Ласпейреса не совпадают. Отличие значений объясняется тем, что индексы имет различное экономическое содержание.

Индекс цен, исчисленный по формуле Пааше, дает ответ на вопрос: насколько товары в отчетном периоде стали дороже (дешевле), чем в базисном. Индекс цен Ласпейреса показывает, во сколько бы раз товары базисного периода подорожали (подешевели) из-за изменения цен на них в отчетном периоде.

**Пример.** По данным о реализации трех товаров (табл. 8.2) рассчитать общие индексы цен и физического объема продукции по формулам Ласпейресаи Пааше.

*Таблица 8.2*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Товар | Ед.изм. | Iпериод | IIпериод |
| цена за единицутовара, уе.. | кол-во | цена за единицу товара, у.е.. | кол-во, |
| А | т | 20 | 7 500 | 25 | 9500 |
| Б | м | 30 | 2 000 | 30 | 2500 |
| В | шт. | 15 | 1 000 | 10 | 1500 |

Применяем формулу Пааше для расчёта агрегатного индекса цен:

числитель индексного отношения

=25ּ9500 + 30ּ2 500 + 10ּ1500 = 327500 кр.

знаменатель индексного отношения

= 20ּ9500 + 30ּ2 500 + 15ּ1500 = 287500 кр.

Полученные значения подставляем в формулу:

= или 113,9%

Применение формулы Пааше показывает, что по данному ассортименту товаров в целом цены повысились в среднем на 13,9%.

Применяем формулу Ласпейреса для расчёта агрегатного индекса цен:

числитель индексного отношения

= 25ּ7 500 + 30ּ2000 + 10 ּ 1000 = 257500 кр.

знаменатель индексного отношения

= 20ּ7 500 + 30ּ2000 + 15ּ1000 = 225000 кр.

Полученные значения подставляем в формулу:

=или 114,4%

Применение формулы показывает, что по данному ассортименту товаров в целом цены повысились в среднем на 14,4%.

Разные показания индексов цен объясняются тем, что индекс Пааше характеризует влияние изменения цен на стоимость товаров, реализованных в отчётном периоде, индекс Ласпейреса показывает влияние изменения цен на стоимость количества товаров, реализованных в базисном периоде.

Используем формулу Ласпейреса для расчёта агрегатного индекса физического объёма реализации товаров:

числитель индексного отношения

= 9500ּ20 + 2500ּ30 + 1500ּ15 = 287500 кр.

знаменатель индексного отношения

= 7500ּ20 + 2000ּ 30 + 1000ּ15 = 225000 кр.

Полученные значения подставляем в формулу:

= или 127,8%

Применение формулы Ласпейреса показывает, что по данному ассортименту товаров в целом прирост физического объёма реализации в текущем периоде составил в среднем 27,8%.

Рассчитаем индекс физического объёма товарооборота по формуле Пааше.

числитель индексного отношения:

= 9500ּ25 + 2500ּ30 + 1500ּ10 = 327500 руб.

знаменатель индексного отношения :

= 7500ּ25 + 2000ּ30 + 1000ּ10 = 257500 руб.

Полученные значения подставляем в формулу:

= или 127,2%

Применение формулы Пааше показывает, что по данному ассортименту товаров в целом прирост физического объёма реализации в текущем периоде составил в среднем 27,2%.

Формулы для расчета общих индексов других показателей приведены в табл. 8.3

*Таблица 8.3*

Формулы исчисления общих индексов

|  |  |
| --- | --- |
| Наименование индексв | Формула расчета1 |
| Индекс физического объема продукции |  |
| Индекс себестоимости продукции |  |
| Индекс издержек производства |  |
| Индекс физического объема продукции |  |
| Индекс трудоемкости |  |
| Индекс затрат времени на производство продукции |  |

Многие экономические индексы тесно связаны между собой и образуют индексные системы. Так, индекс цен связан с индексом физического объема товарооборота или физического объема продукции, образуя следующую индексную систему:

***Ipq=IpּIq*.** (8.7)

При этом для увязки индексов веса в индексе цен и физического объема продукции должны быть фиксированы на уровне разных периодов, например:

 (8.8)

Индекс себестоимости промышленной продукции связан с индексом физического объема продукции по себестоимости, образуя следующую индексную систему:

** (8.9)

или  (8.10)

Произведение индекса себестоимости продукции на индекс физического объема дает индекс затрат в производстве.

Используя индексы системы, можно по двум известным индексам найти третий, неизвестный.

**Пример.** Имеются следующие данные о продаже товаров в магазинах :

*Таблица 8.4*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Товар | Продано, кг | Цена 1 кг, кр. |
| базисный период | отчетный период | базисный период | отчетный период |
| Апельсины  | 5000 | 6000 | 12 | 10 |
| Ананасы | 2000 | 2500 | 25 | 24 |
| Бананы | 4000 | 3800 | 16 | 14 |

Необходимо исчислить индексы цен, физического объема товарооборота в фактических ценах по трем товарам вместе.

Рассчитаем индекс цен:



Цены снизились на 11,33%, и покупатель имел экономию, равную 22100 руб. (195300 — 173200).

Определим индекс физического объема товарооборота:



Товарооборот в неизменных ценах вырос на 12,23%, прирост товарооборота в неизменных ценах составил 21300 руб. (195300 — 174000).

Рассчитаем индекс товарооборота в фактических ценах:



Товарооборот в фактических ценах снизился на 0,5%, что в абсолютном выражении составляет 800 руб. (174000 — 173200). Произведение первых двух индексов дает третий индекс

 

В определенной связи находятся и разности между знаменателем и числителем индексов: населению по ценам базисного периода было продано товаров на 21300 руб. больше, но в силу того, что население имело экономию от снижения цен на товары в сумме 22100 руб., оно за эти товары в отчетном периоде по фактическим ценам уплатило на 800 руб. меньше.

**8.4. Индексы с постоянными и переменными весами**

При изучении динамики коммерческой деятельности приходится производить индексные сопоставления более чем за два периода. Поэтому индексные величины могут определяться как на постоянной, так и на переменной базах сравнения. При этом, если задача анализа состоит в получении характеристик изменения изучаемого явления во всех последующих периодах по сравнению с начальным, то вычисляются ***базисные индексы***. Например, сопоставление объёма розничного товарооборота II, III и IV кварталов с I кварталом.

Но если требуется охарактеризовать последовательно изменения изучаемого явления из периода в период, то вычисляются ***цепные индексы***. Например, при изучении объёма розничного товарооборота по кварталам года сопоставляют товарооборот II квартала c I, III — cо II и IV — с III кварталом.

В зависимости от задачи исследования и характера исходной информации базисные и цепные индексы исчисляются как индивидуальные, так и общие.

Способы расчёта индивидуальных базисных и цепных индексов аналогичны расчёту относительных величин динамики. Общие индексы в зависимости от их вида вычисляются с переменными и постоянными весами — соизмерителями.

Используя индексный ряд за несколько периодов, можно получить динамику стоимости продукции и динамику товарооборота в неизменных ценах, т.е. в ценах какого - то одного прошлого периода. Такие индексные ряды называются индексами с постоянными весами. Для них действует правило: произведение цепных индексов даёт индекс базисный.

**Пример.**По заводу имеются данные об объёме производства и стоимости продукции.

*Таблица 8.5*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Вид. прод. | Ед. изм. | Произведенопродукции | Ценав 1995г., тыс. кр. | Стоимость продукции в неиз-менных ценах 1995, тыс.кр. |
| 1998 | 1999 | 2000 | 1998 | 1999 | 2000 |
| А | тыс.т. | 60 | 64 | 69 | 5 000 | 300 | 320 | 345 |
| Б | млн.шт. | 5,5 | 6,2 | 7,0 | 2 000 | 11000 | 12400 | 14000 |
| Всего | - | - | - | - | 11300 | 12720 | 14345 |

Требуется рассчитать индексы физического объёма продукции с постоянными весами.

Индексы с постоянной базой (базисные):

 

Индексы с переменной базой (цепные):

 

Убедимся, что произведение цепных индексов равно базисному:1,126 ·1,128 = 1,27

Если индексы цен, себестоимости и производительности труда имеют в качестве весов количество продукции отчётного периода, то эти индексы образуют индексные ряды с переменными весами, поскольку в каждом отдельном индексе отчётный период изменяется. Индексы с переменными весами не подчиняются правилу, согласно которому произведение цепных индексов равно базисному.

**Пример.** Имеются данные об объёме производства и себестоимости продукции:

*Таблица 8.6*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Вид продукции | Единицаизмерения | Выработано продукции за квартал | Себестоимость единицы продукции в квартал, кр. |
| I | II | III | I | II | III |
| А | шт. | 100 | 120 | 150 | 10 | 9,9 | 9,6 |
| Б | шт. | 300 | 310 | 320 | 35 | 35 | 34 |
| В | кг. | 7 800 | 8 200 | 8 500 | 0,5 | 0,48 | 0,45 |

Рассчитаем индексы себестоимости с переменными весами.





Перемножив цепные индексы, получим:

0,989 · 0, 963 = 0, 9524

Рассчитаем базисный индекс III квартала:



Как видим, расхождение есть, но оно проявляется только в четвёртом знаке после запятой. Величина расхождения не многим более 0,01%.

**8.5. Расчет средних арифметических индексов**

Всякий агрегатный индекс может быть преобразован в *средний арифметический* из индивидуальных индексов. Для этого индексируемая величина отчётного периода, стоящая в числителе агрегатного индекса, заменяется произведением индивидуального индекса на индексируемую величину базисного периода.

Так, индивидуальный индекс цен равен , откуда . (8.9)

Следовательно, преобразование агрегатного индекса цен в средний арифметический имеет вид:

== (8.10)

Аналогично индекс себестоимости равен , откуда , (8.11)

следовательно, ==, (8.12)

Индекс физического объёма продукции равен , откуда , (8.13)

следовательно, == (8.14)

**Пример.** Определить средний арифметический индекс физического объёма продукции.

*Таблица 8.7*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Отрасль производства | Стоимость прод. в базисном году, млн.кр. | Индексы физич. объёма прод. в отчёт. году (базис. год = 1) |
| Сахарная | 20 | 1,47 |
| Мукомольная | 30 | 1,55 |
| Мясная | 25 | 1,71 |
| Рыбная | 15 | 2,10 |
| ИТОГО | 90 | - |

== или 166,7%

Физический объём продукции четырех отраслей увеличился на 66,7%.

**8.6. Расчет средних гармонических индексов**

Всякий агрегатный индекс может быть преобразован в *средний гармонический* из индивидуальных индексов. Для этого индексируемая величина базисного периода, стоящая в знаменателе агрегатного индекса, заменяется произведением обратного значения индивидуального индекса на индексируемую величину.

Индекс физического объема продукции равен **,** если условием задано значение p0q1 и , тогда , следовательно



Агрегатный индекс цен можно преобразовать в средний гармонический индекс цен, если в качестве исходных данных имеем p1q1 и изменение цен, т.е. , тогда , заменяя p0 в формуле агрегатного индекса цен **,** получим

 (8.15)